

镜心高中数学复习丛书

解不等式

詹远平 著

镜心高中数学复习丛书 - 解不等式 / 詹远平著

ISBN 978-0-6480646-2-6

© 2017 詹远平。本书由澳大利亚 AgileWay 有限公司出版，非经书面同意，不得以任何形式重制、转载。

书 名	镜心高中数学复习丛书 - 解不等式
著 者	詹远平
责任编辑	詹智敏
校 对	甘树蓉
编辑排版	付欣迪
图形制作	詹沁尧 (Dominic Zhan)、詹沁萌 (Courtney Zhan)
封面设计	詹沁萌 (Courtney Zhan)
封面摄影	詹智宁
出版发行	澳大利亚 AgileWay 有限公司 中国销售 http://books.agileway.net ，联系人：詹智姝
印 刷	江西昌运印刷有限公司
版 次	2017 年 12 月 第 1 版, 2017 年 12 月 第 1 次印刷
国际书号	ISBN 978-0-6480646-2-6
定 价	40.00 元

谨以此书献给我亲爱的姐姐詹远湄

目录

前言	i
写此丛书的初衷	i
解不等式的重要性	ii
如何学习此书	iii
怎样看答案?	iii
1. 不等式概念	1
1.1 实数大小的比较	1
1.2 不等式的性质	1
1.3 例题	2
1.4 习题	4
1.5 解答	6
2. 一次不等式	11
2.1 同解不等式与同解变形	11
2.2 同向不等式与异向不等式	11
2.3 解不等式	11
2.4 不等式解集的三种情况	11
2.5 一元一次不等式	12
2.6 一元一次不等式组	12
2.7 例题	12
2.8 习题	13
2.9 解答	15
3. 一元二次不等式	19
3.1 解一元二次不等式	19
3.2 例题	19
3.3 习题	21
3.4 解答	23
4. 二次不等式与二次方程	27
4.1 一元二次方程根的判别式	27
4.2 一元二次方程根的正负情况	27

4.3	例题	28
4.4	习题	29
4.5	解答	31
5.	绝对值不等式	35
5.1	绝对值不等式的解法	35
5.2	基本绝对值不等式	35
5.3	例题	36
5.4	习题	37
5.5	解答	39
6.	分式不等式	45
6.1	基本解法	45
6.2	例题	46
6.3	习题	47
6.4	解答	49
7.	高次不等式	53
7.1	基本解法	53
7.2	例题	53
7.3	习题	56
7.4	解答	58
8.	无理不等式	63
8.1	基本解法	63
8.2	例题	63
8.3	习题	65
8.4	解答	67
9.	指数方程与指数不等式	73
9.1	指数方程	73
	指数方程的基本解法	73
9.2	指数不等式	73
	指数不等式的基本解法	74
9.3	例题	74
9.4	习题	76
9.5	解答	77
10.	对数方程与对数不等式	83
10.1	对数方程	83
	对数方程的基本解法	83
10.2	对数不等式	83
	对数不等式的基本解法	84
10.3	例题	84

10.4	习题	86
10.5	解答	88
11.	集合不等式	95
11.1	例题	95
11.2	习题	98
11.3	解答	100
12.	函数不等式	107
12.1	例题	107
12.2	习题	109
12.3	解答	112
13.	数形结合与含参数不等式	119
13.1	例题	119
13.2	习题	121
13.3	解答	123
14.	含参数不等式恒成立与能成立	129
14.1	常用的解题方法	129
	基本类型	129
14.2	例题	130
14.3	习题	132
14.4	解答	134
	备注	141

前言

数学是中学教学中的一门重要学科，对数学的学习一直深受家长和学生的重视。很多学生花了大量的时间和精力在上面，也做了不少习题，但效果往往不够理想。数学成绩上不去，既影响学习数学的信心，也影响对其他学科的学习，进而影响到整体成绩。其实学好数学并不难，关键还是对基础概念的理解，只要概念清楚，适当做一些习题便会一通百通。数学概念相对于其它学科并不多。灵活性虽然大一点，但如果把概念逐一搞清楚了，自然也就能够驾轻就熟了。

根据几十年的教学经验，我深知概念理解的重要性。本套丛书把高中数学的概念逐一剖析，辅以习题，力求读者能理解掌握，融会贯通。所配备的练习也分若干层次，答案力求详尽，以避免有答案看不懂的情况。读者可以根据自己的水平自由选择。先尝试做题，然后再看答案，切忌不要乱猜，一定要弄明白道理，坚持下去，必有收获。

写此丛书的初衷

我从事数学教学已经有几十余年了，接触过各种不同类型的学生，耳闻目睹了他们迫切想学好数学的愿望，以及学习中的困惑和无奈。虽然每个学生和家长的意见不完全相同，但基本上都希望能用较少的时间取得数学成绩上的最大进步，都希望能跳出“一听就懂，一做就错”的怪圈，也希望我能给他们推荐一本好的参考书。

作为教师也作为家长的我，很能理解这些学生和家长的心情，也很愿意帮助他们。不过我还是得负责任地告诉大家，数学是一门科学，来不得半点虚假，只有脚踏实地，老实地学习，才有希望取得理想的成绩。而最重要的一点就是必须把数学概念搞清楚。如我之前所说，把概念弄明白了，再做一些帮助巩固概念的习题（并不是要做难题），考试就会得心应手。但接着第二个问题又来了，选购一本怎样的参考书才能比较好地帮助理解和巩固数学概念？这也是我常常思考的事情。市面上的各类数学教学参考书浩如烟海。但是学生经常

抱怨不是这本参考书题太难就是那本书的答案看不懂，就像只知道选 A, B, C ，不知道为什么这样选。结果常常迷失在茫茫书海中，不知所措。

我也曾经萌发过把多年来积累的行之有效的资料整理出来，以帮助更多愿意学习的学生，满足家长们的要求。但由于本人不懂电脑排版，只好望而却步。2016 年底，小儿子从国外回来探亲，看到满屋子的资料，就鼓励我把它们整理出来，并主动承担起输入排版的工作。经过小儿子的整理编排，孙子，孙女的图形绘画及其他家人的帮忙校对修改，这本书终于得以与读者见面，如果这本书能够帮助中学生在数学学习上取得理想成绩，也就不负我的初衷，也让我更有信心继续整理下去。

由于本人水平有限，编写丛书的经验不足，虽经审慎校订，但仍恐有疏漏之处，敬请同仁不吝赐教，读者提出宝贵意见，以便今后不断改进，使之更趋于完善。

解不等式的重要性

解不等式在中学教材中似乎是个不大起眼的内容，很多人都以为自己会解不等式，没有必要专门来做，然而在划往考试终点时，却常常在不等式的激流中翻了船，到不了彼岸，导致前功尽弃。

解不等式真的就这么重要吗？是的，凡是解不等式掌握得熟练的同学，其思维就比较清晰，考虑问题比较周到，计算起来，自然就得心应手。有不少家长和学生常常问我：“考试不是不会做，就是老算错，怎么办？有没有好一点的办法解决这个问题？”愿望是好的，但计算错误的形成并非一朝一夕养成的，要解决它，自然也就有个过程。我告诉他们，在除了搞清楚基本概念之外，多解解各种类型的不等式，既能锻炼思维的严谨性，又能提高计算能力。照此办理的同学，无一不受其益。

解不等式真有这种奇异功能吗？原因何在？其一，顾名思义，解不等式就是要解，要解就得要计算，计算的过程也就是思维的过程，也是熟练计算技巧，提高计算能力的过程，这个过程还必须进行到底，常见的做法是算了一半就不算了，理由是我会做了，或者为了节省时间，匆忙去看答案，少了出错的机会，也就少了纠正错误的锻炼，忘了平日错就是为了考试不出错的基本道理。

其二，解不等式既承接了解方程的各种方法和技巧，又与函数，三角，向量，数列，导数等各方面的知识融汇在一起。解不等式的规范化做题，给解决综合类问题提供了清晰的思路，解不等式中的字母讨论更是这些问题的基础和源头，不等式的问题解决好了，其他问题也就迎刃而解，错误自然就少了。

如何学习此书

1. 本书共分 14 章，主要介绍不等式的性质 (解不等式的依据) 和解不等式的各种类型及方法，各章各自成篇，章章都选用高考题，读者可以根据自己的情况，选用部分章节或全部。
2. 做习题的目的是为了加深对概念的理解. 常言道：“看十题不如自己做一题”说明了做题的重要性. 所以希望要先做题，然后再看答案 (切忌只看题目不动笔). 即使做错了也没关系，订正以后便会大有长进。
3. 所有习题的答案都均在相应的章节之后。

怎样看答案？

不就是看答案吗？这有什么可说的。其实不然，正确使用答案，有利于加深概念的理解，提高思维能力和计算能力。

首先强调的是先看题，再做题，然后看答案。切忌题目看一遍就翻答案。如果看了题目一遍，不明题意或者没有解题的方向，不妨再看一遍，如果其中有些概念不太明白，可以找来课本弄清楚，如若仍有困难，可以瞄一眼答案但不一定要看完，有了思路后就动手做，再有困难，才继续看答案。请记住，是看答案，不是抄答案。中间过程要合上答案后自己算。每年高考犯计算错误的学生不在少数，大部分都是平时动手太少了的缘故。要知道数学是做出来的，不是看出来的。

另外建议按章节做. 最好做完一章搞懂一章 (不要贪多)。看看答案中用的方法与自己做的方法是否相同，解题的钥匙是否清楚了，以求举一反三。

詹远平

二零一七年十二月