

镜心高中数学复习丛书

函数基本性质

詹远平 著

镜心高中数学复习丛书 - 函数基本性质 / 詹远平著

ISBN 978-0-6480646-3-3

© 2018 詹远平。本书由澳大利亚 AgileWay 有限公司出版，非经书面同意，不得以任何形式重制、转载。

书 名	镜心高中数学复习丛书 - 函数基本性质
著 者	詹远平
责任编辑	詹智敏
校 对	甘树蓉
编辑排版	付欣迪
图形制作	詹沁尧 (Dominic Zhan)、詹沁萌 (Courtney Zhan)
封面设计	詹沁萌 (Courtney Zhan)
封面摄影	詹智宁, 张楠
出版发行	澳大利亚 AgileWay 有限公司 中国销售 http://books.agileway.net , 联系人: 詹智姝, 涂军
印 刷	江西昌运印刷有限公司
版 次	2018 年 10 月 第 1 版, 2018 年 10 月 第 1 次印刷
国际书号	ISBN 978-0-6480646-3-3
定 价	35.00 元

谨以此书献给大哥詹远浦

目录

前言	i
写此丛书的初衷	i
函数的重要性与区间概念	ii
如何学习此书	iii
怎样看答案?	iv
1. 函数的基本概念	1
1.1 常量和变量	1
1.2 函数的定义	1
传统定义	1
近代定义	1
1.3 几点说明	2
集合是数集	2
函数二要素	2
函数 y 的唯一性	2
常数函数	2
分段函数	2
复合函数	3
函数的表示方法	3
1.4 函数故事 - “哪来这么多的外甥?”	4
2. 函数定义域	7

2.1	定义域概念	7
2.2	例题	8
2.3	习题	10
2.4	解答	12
3.	值域	17
3.1	例题	18
3.2	习题	19
3.3	解答	22
4.	对应法则	31
4.1	例题	31
4.2	习题	33
4.3	解答	35
5.	函数图象	41
5.1	描点法	41
5.2	函数图象常见的几种变换	41
	对称变换	41
	伸缩变换	43
	平移变换	44
5.3	例题	44
5.4	习题	46
5.5	解答	50
6.	映射	57
6.1	对应关系	57
6.2	映射	57
6.3	一一映射	58
6.4	单射与满射	58
6.5	函数与映射的关系	59

6.6	例题	59
6.7	习题	61
6.8	解答	63
7.	函数单调性	67
7.1	增函数与减函数定义	67
7.2	单调性与单调区间	67
7.3	单调区间几点说明	67
7.4	有关单调性的性质	68
7.5	复合函数的单调性	68
7.6	单调性几点说明	69
7.7	对勾函数	70
7.8	例题	71
7.9	习题	72
7.10	解答	75
8.	函数的奇偶性	81
8.1	定义	81
8.2	几点说明	81
8.3	常见的奇,偶函数	82
8.4	例题	82
8.5	习题	84
8.6	解答	87
9.	函数单调性、奇偶性的综合运用	93
9.1	例题	93
9.2	习题	95
9.3	解答	98
10.	函数周期性	105
10.1	例题	106

10.2 习题	107
10.3 解答	111

前言

数学是中学教学中的一门重要学科，对数学的学习一直深受家长和学生的重视。很多学生花了大量的时间和精力在上面，也做了不少习题，但效果往往不够理想。数学成绩上不去，既影响学习数学的信心，也影响对其他学科的学习，进而影响到整体成绩。其实学好数学并不难，关键还是对基础概念的理解，只要概念清楚，适当做一些习题便会一通百通。数学概念相对于其它学科并不多。灵活性虽然大一点，但如果把概念逐一搞清楚了，自然也能驾轻就熟了。

根据几十年的教学经验，我深知概念理解的重要性。本套丛书把高中数学的概念逐一剖析，辅以习题，力求读者能理解掌握，融会贯通。所配备的练习也分若干层次，答案力求详尽，以避免有答案看不懂的情况。读者可以根据自己的水平自由选择。先尝试做题，然后再看答案，切忌不要乱猜，一定要弄明白道理，坚持下去，必有收获。

写此丛书的初衷

我从事数学教学已经有几十余年了，接触过各种不同类型的学生，耳闻目睹了他们迫切想学好数学的愿望，以及学习中的困惑和无奈。虽然每个学生和家长的意见不完全相同，但基本上都希望能用较少的时间取得数学成绩上的最大进步，都希望能跳出“一听就懂，一做就错”的怪圈，也希望我能给他们推荐一本好的参考书。

作为教师也作为家长的我，很能理解这些学生和家长的心情，也很愿意帮助他们。不过我还是得负责任地告诉大家，数学是一门科学，来不得半点虚假，只有脚踏实地，老实地学习，才有希望取得理想的成绩。而最重要的一点就是必须把数学概念搞清楚。如我之前所说，把概念弄明白了，再做一些帮助巩固概念的习题（并不是要做难题），考试就会得心应手。但接着第二个问题又来了，选购一本怎样的参考书才能比较好地帮助理解和巩固数学概念？这也是我常常思考的事情。市面上的各类数学教学参考书浩如烟海。但是学生经常

抱怨不是这本参考书题太难就是那本书的答案看不懂，就像只知道选 A, B, C ，不知道为什么这样选。结果常常迷失在茫茫书海中，不知所措。

我也曾经萌发过把多年来积累的行之有效的资料整理出来，以帮助更多愿意学习的学生，满足家长们的要求。但由于本人不懂电脑排版，只好望而却步。2016年底，小儿子从国外回来探亲，看到满屋子的资料，就鼓励我把它们整理出来，并主动承担起输入排版的工作。经过小儿子的整理编排，孙子，孙女的图形绘画及其他家人的帮忙校对修改，这本书终于得以与读者见面，如果这本书能够帮助中学生在数学学习上取得理想成绩，也就不负我的初衷，也让我更有信心继续整理下去。

由于本人水平有限，编写丛书的经验不足，虽经审慎校订，但仍恐有疏漏之处，敬请同仁不吝赐教，读者提出宝贵意见，以便今后不断改进，使之更趋于完善。





函数的重要性与区间概念

函数号称是数学的灵魂，它既是高考的重要内容（每年必考），也是学习高等数学的基础，其重要性不言而喻。

函数的概念，解题的思想，是高中数学的核心内容，始终贯穿着数学的各个章节。函数没有学好，直接影响到其它章节的学习。由于目前函数的内容基本上都是安排在高一上学期的前二个月学习，而此时不少同学还沉浸在升入高中的兴奋期，不能很快地适应高中学习的节奏，也不清楚函数在中学阶段的地位，如果没有养成自学的好习惯，一旦松懈，便给今后的学习带来很多烦恼。“亡羊补牢，未为晚也”，只要把函数的思想建立起来，后面的学习自然就会轻松多了。

函数的概念历史悠久。自从有了文明社会，函数便油然而生，经过几千年的发展，日趋完善。概念中的每个字，每段句子都经过了历史的锤炼，字字珠玑，我们的任务就是要熟悉，理解，掌握概念中的每一个字，每一段话的深刻含义，才能触类旁通，驾轻就熟。

研究函数常用到区间的概念，设 a, b 是两个实数，且 $a < b$ ，我们作如下规定：

定义	名称	符号	几何表示
$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	闭区间	$[a, b]$	
$\{x \mid a < x < b\}$	开区间	(a, b)	
$\{x \mid a \leq x < b\}$	左闭右开区间	$[a, b)$	
$\{x \mid a < x \leq b\}$	左开右闭区间	$(a, b]$	

1. 区间的端点和长度

区间定义中的实数 a 和 b 叫作相应区间的端点, 其中 a 叫作左端点, b 叫作右端点, $b - a$ 为区间的长度。

2. 区间是集合的一种表示方法. 在数轴上, 区间可以用一条以 a 和 b 为端点的数段来表示, 用实心点表示包含在这区间的端点, 用空心点圈表示不包括在区间内的端点。

3. 无穷大

实数集 R 也可以用区间表示为 $(-\infty, +\infty)$, ∞ 读作“无穷大”, $-\infty$ 读作“负无穷大”, $+\infty$ 读作“正无穷大”. 无穷大是一个符号, 不是一个数。

4. 我们把满足 ① $x \geq a$ 的实数 x 的集合表示为 $[a, +\infty)$

② $x > a$ 的实数 x 的集合表示为 $(a, +\infty)$

③ $x \leq b$ 的实数 x 的集合表示为 $(-\infty, b]$

④ $x < b$ 的实数 x 的集合表示为 $(-\infty, b)$

如何学习此书

1. 本书共分10章, 主要介绍函数的基本性质和函数的各种类型及方法, 各章各自成篇, 章节都选用高考题, 读者可以根据自己的情况, 选用部分章节或全部。
2. 做习题的目的是为了加深对概念的理解. 常言道: “看十题不如自己做一题”, 说明了做题的重要性. 所以希望要先做题, 然后再看答案 (切忌只看题目不动笔). 即使做错了也没关系, 订正以后便会大有长进。
3. 所有习题的答案都均在相应的章节之后。

怎样看答案？

不就是看答案吗？这有什么可说的。其实不然，正确使用答案，有利于加深概念的理解，提高思维能力和计算能力。

首先强调的是先看题，再做题，然后看答案。切忌题目看一遍就翻答案。如果看了题目一遍，不明题意或者没有解题的方向，不妨再看一遍，如果其中有些概念不太明白，可以找来课本弄清楚，如若仍有困难，可以瞄一眼答案但不一定要看完，有了思路后就动手做，再有困难，才继续看答案。请记住，是看答案，不是抄答案。中间过程要合上答案后自己算。每年高考犯计算错误的学生不在少数，大部分都是平时动手太少了的缘故。要知道数学是做出来的，不是看出来的。

另外建议按章节做，最好做完一章搞懂一章（不要贪多）。看看答案中用的方法与自己做的方法是否相同，解题的钥匙是否清楚了，以求举一反三。

詹远平

二零一八年十月